

**Федеральное агентство научных организаций**  
**Федеральное государственное бюджетное учреждение науки**  
**ИНСТИТУТ ТЕОРИИ ПРОГНОЗА ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ**  
**ГЕОФИЗИКИ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК**  
**(ИТПЗ РАН)**

УДК 550.3

№ государственной регистрации 01201281970

Инв. № 2016-5



**УТВЕРЖДАЮ**

Директор ИТПЗ РАН

член-корреспондент РАН

А.А.Соловьев

«1» октября 2016 г.

**ОТЧЕТ**  
**О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ ПО ТЕМЕ**

**РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ АНАЛИЗА МОДЕЛЕЙ**  
**НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ДЛЯ ОПИСАНИЯ**  
**ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ**  
**(промежуточный, за 2015 год)**

Заведующий лабораторией № 1  
канд. техн. наук

И.В. Кузнецов

Заведующий лабораторией № 2  
канд. физ.-мат. наук

Б.Г. Букчин

Заведующий лабораторией № 3  
канд. физ.-мат. наук

М.Г. Шнирман

Заведующий лабораторией № 4  
докт. физ.-мат. наук

А.И. Горшков

Москва 2015

## СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Руководитель работы,  
зав. лаб.  
канд. физ.-мат. наук



М.Г. Шнирман

Ответственные исполнители:

ст. науч. сотр.  
канд. физ.-мат. наук



М.Д. Арнольд

ст. науч. сотр.  
канд. физ.-мат. наук



Е.М. Блантер

вед. науч. сотр.  
докт. физ.-мат. наук



М.Д.Коваленко

ст. науч. сотр.  
канд. физ.-мат. наук



И.В. Меньшова

ст. науч. сотр.  
докт. физ.-мат. наук



Р.Г. Новиков

гл. науч. сотр.  
докт. физ.-мат. наук



М.В. Родкин

ст. науч. сотр.  
докт. физ.-мат. наук



А.Б. Шаповал

## РЕФЕРАТ

Отчет 11 с., 10 источников

СОЛНЕЧНАЯ АКТИВНОСТЬ, ПОКАЗАТЕЛИ ЛЯПУНОВА, ЦИКЛ ШВАБЕ, ЧИСЛА ВОЛЬФА, ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ, МАРКОВСКИЙ ПРОЦЕСС

Исследования, проводимые по теме в 2015 году, связаны с нелинейным анализом солнечной активности, который включает в себя разработку математического аппарата, измеряющего иррегулярность дискретных временных рядов; численную реализацию разработанного аппарата; настройку предложенных алгоритмов и подготовку компьютерного кода; выявление эпизодов десинхронизации сигналов, исходящих от северной и южной полусфер Солнца, оценку корреляции в появлении солнечных пятен в эпохи высокой и низкой солнечной активности. Метод расчета величин корреляционной фрактальной размерности применен для анализа данных по расположению крупных и суперкрупных рудных месторождений. Построены и исследованы решения краевых задач теории упругости с целью их последующего применения в прикладных задачах механики очага землетрясения. Исследованы некоторые динамические системы и обратные задачи для них.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ	5
2. ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ	7
2.1. Изучение свойств эволюции солнечного динамо	7
2.2. Применение методов теории динамических систем для анализа данных по расположению крупных и суперкрупных рудных месторождений	7
2.3. Построение и исследование решений краевых задач теории упругости с целью их применения в прикладных задачах механики очага землетрясения	8
2.4. Исследование динамических систем и обратных задач для них	9
3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ	10
4. СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	11

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Исследования по теме выполнялись в рамках подразделов 70 "Физические поля, внутреннее строение Земли и глубинные геодинамические процессы" и 80 "Научные основы разработки методов, технологий и средств исследования поверхности и недр Земли, атмосферы, включая ионосферу и магнитосферу Земли, гидросферы и криосферы; численное моделирование и геоинформатика (инфраструктура пространственных данных и ГИС-технологии" Раздела VIII "Науки о Земле" Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2013-2020 годы.

Исследованы сходство и различия между различными индикаторами солнечной активности с целью определения и изучения ключевых черт солнечной эволюции (асимметрия, предсказуемость, изменения режимов и др.), которые важны как сами по себе, так и в связи с их влиянием на процессы на Земле (климат, геомагнитные возмущения и т.д.). В исследовании применяется нелинейный анализ временных рядов, регрессионные модели, методы анализа динамических систем и общее знание о строении Солнца, геомагнитных индексах, солнечном ветре.

Солнечная активность является классическим примером эволюции нелинейной системы, демонстрирующей малоразмерный хаос, квазипериодическое поведение и смены режима. Основным является 11-летний цикл (цикл Швабе), который, однако, нестационарен и меняет свою амплитуду, длительность и свойства солнечной активности от одного цикла к другому. Многочисленные научные работы основывают моделирование, эмпирические исследования и прогноз солнечной активности на динамике нелинейных систем. Особый интерес для прогноза и понимания солнечной активности имеют аномальные циклы, в которых осуществляется переход от одной режима поведения к другому. Так, например, в 20-м и 23-м солнечных циклах был обнаружено переходное поведение от стохастического к хаотическому, а последние солнечные циклы 23 и 24 стали предметом обширной дискуссии на тему о том, являются ли они предвестником глобального изменения солнечной активности от эпохи Большого Максимума к эпохе Большого Минимума (вроде Мандеровой паузы), возвратом от эпохи Большого Максимума к регулярному уровню или всего лишь проявлением долговременной периодичности в солнечной активности (например, Глейсберговского цикла). Результаты выполненных исследований вносят определенный вклад в решение этого принципиального вопроса.

Применение метода расчета величин корреляционной фрактальной размерности для анализа данных по расположению крупных и суперкрупных рудных месторождений позволяет получить разные величины размерности для разных пространственных масштабов, что полезно в плане различения закономерностей расположения месторождений в масштабе рудного узла, рудной провинции и целого континента, а также ввести и использовать новое понятие смешанной корреляционной размерности для объектов разного вида.

С целью последующего применения в задачах механики очага землетрясения рассматривается фундаментальная научная проблема, состоящая в построении точных аналитических решений двумерных краевых задач теории упругости в конечных канонических областях с угловыми точками границы и точками смены типа граничных условий.

Многие геофизические процессы могут быть описаны методами, применяемыми в теории динамических систем. Изучение таких систем и обратных задач для них создает предпосылки для разработки методической основы для изучения реальных геофизических процессов.

## 2. ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

### 2.1. Нелинейный анализ солнечной активности

Обосновано использование некоторой модификации показателя Ляпунова для оценки иррегулярности индексов солнечной активности. Эта иррегулярность вычислена для ежедневных чисел Вольфа (индекса ISSN), одного из наиболее известных солнечных индексов, в четырёхлетних окнах, центрированных в максимумах солнечных циклов Швабе. Определяется иррегулярность как функция размерности вложения. Выделены два кластера этих функций. Они характеризуют циклы 11-15 и 17-23. В 16-ом цикле произошёл переход от одного кластера к другому. Таким образом, найдено дополнительное подтверждение перестройки режима солнечной активности, начавшейся, по крайней мере, на один цикл ранее общего увеличения солнечной активности, произошедшего в 17-ом цикле. Результаты эмпирического исследования протестированы в рамках авторегрессионных моделей с Пуассоновским шумом, параметр которого модулируется 11-летней синусоидой. Далее, иррегулярность вычислена для ежедневных данных групп солнечных пятен, полученных от северной и южной полушеры Солнца. Указаны эпизоды рассогласования солнечной активности, зафиксированной на двух полушерах. Приведены аргументы, связывающие найденных эпизоды рассогласования с изменением размерности динамической системы, лежащей в основе солнечного динамо.

Показано также, что повышение солнечной активности в 17-ом цикле (1940-ые годы) сопровождалось изменением корреляционных свойств первых разностей для ежедневных данных индекса ISSN. Установлено, что во время последнего Большого Максимума (~1940-ые-2000ые годы) первые разности были положительно скоррелированы. Основываясь на авторегрессионной модели сигнала выдвинута гипотеза, что найденная положительная корреляция может быть связана с увеличением вероятности появления нового пятна после "рождения" предыдущего.

Полученные результаты опубликованы в статьях [7, 8].

### 2.2. Применение методов теории динамических систем для анализа данных по расположению крупных и суперкрупных рудных месторождений

Совместно с Геофизическим центром РАН метод расчета величин корреляционной фрактальной размерности применен для анализа данных по расположению крупных и суперкрупных рудных месторождений. Реализованный подход отличается от обычно используемого, например, при расчетах корреляционной размерности множества эпицентров (гипоцентров) землетрясений, в ряде существенных моментов. Во-первых, демонстрируется возможность и целесообразность получения разных величин размерности для разных пространственных масштабов. Такое разделение оказалось полезным в плане различения закономерностей расположения месторождений в

масштабе рудного узла, рудной провинции, целого континента. Во-вторых, вводится и используется новое понятие смешанной корреляционной размерности для объектов разного вида (например, Au и Ag). Обычная формула расчета корреляционной размерности тривиальным образом обобщается на этот случай. Показано, что значения корреляционной размерности бывают как меньше, так и больше размерности вмещающего пространства. Случаи корреляционной размерности большие размерности вмещающего пространства интерпретируются как отвечающие “взаимному отталкиванию” месторождений данных двух видов. Напротив, малые значения размерности указывают на тенденцию пространственно сближенного расположения месторождений соответствующих видов. Расчеты реализованы с учетом сферичности Земли. Метод применен к данным ГИС КСКМ по крупным и суперкрупным рудным месторождениям мира. Различные типы поведения иллюстрируются рассмотрением искусственных модельных примеров. Рудные месторождения являются сложными природными объектами. Каждое месторождение по-своему уникально. Но для эффективной обработки информации о большом числе месторождений и для лучшего понимания процессов рудогенеза необходима их содержательная кластеризация. Известен ряд схем кластеризации (классификации) месторождений в зависимости от набора рудных компонент и других характеристик. Проанализированы новые формальные способы кластеризации рудных месторождений на основе применения меры близости Танимото (по данным о наборе рудных компонент) и на основе значений смешанной корреляционной размерности (по данным о взаимном пространственном расположении месторождений). Показана тесная корреляция значений взаимной близости разных типов месторождений рассчитанных на основе меры Танимото и по значениям смешанной корреляционной размерности. Исследован вариант кластеризации месторождений, полученный на основе меры Танимото. Предложена предварительная интерпретация ряда формально выявленных статистических закономерностей. Некоторые результаты кластеризации можно интерпретировать как свидетельство в пользу ранее высказанной гипотезы, что формирование крупных и суперкрупных рудных месторождений является побочным продуктом преобразования масс вещества тектоносферы из одного геохимического резервуара (верхняя континентальная кора, нижняя континентальная кора, океаническая кора, верхняя мантия, иные) в другой. Энергия таких тектонических процессов и обеспечивает реализацию массивированных неэнтропийных процессов концентрации рудного вещества в месторождения. Полученные результаты опубликованы в статьях [5, 6].

### 2.3. Построение и исследование решений краевых задач теории упругости с целью их применения в прикладных задачах механики очага землетрясения

Совместно с Государственным научно-исследовательским институтом авиационных систем и Чувашским государственным педагогическим

университетом им. И.Я. Яковлева рассмотрена фундаментальная научная проблема, состоящая в построении точных аналитических решений двумерных краевых задач теории упругости в конечных канонических областях с угловыми точками границы и точками смены типа граничных условий. Конечная цель исследования состоит в решении двумерных краевых задач теории упругости в прямоугольнике с различными граничными условиями на его сторонах и с разрывами сплошности, в анализе этих решений и в последующем использовании этих решений в прикладных задачах механики очага землетрясения. Рассмотрена нечетно-симметричная краевая задача в полуполосе и в прямоугольнике. Получены решение первой основной нечетно-симметричной краевой задачи для полуполосы и прямоугольника со свободными продольными сторонами и заданными на торцах напряжениями и решение нечетно-симметричной краевой задачи для полуполосы и прямоугольника, продольные стороны которых усилены ребрами жесткости. Полученные результаты опубликованы в статьях [3, 4].

#### 2.4. Исследование динамических систем и обратных задач для них

Исследовано семейство разрывных симплектических отображений, естественно возникающих при изучении негладкой переключающейся Гамильтоновой системы. Это семейство зависит от двух параметров и является канонической моделью для изучения ограниченного и неограниченного поведения в разрывных, сохраняющих площадь преобразованиях, обусловленных нелинейными резонансами. Для специального случая пинбол-преобразования дано общее описание отображения и разработано построение нетривиальных неограниченных решений. Получено асимптотическое разложение пинбол-отображения при большой энергии, которое используется для построения неограниченных решений. Изучено поведение отображения при типичных значениях параметров и большой энергии. Полученные результаты опубликованы в статье [1].

Предложен итерационный алгоритм приближенного восстановления для непереопрделенной обратной задачи рассеяния при фиксированной энергии  $E$  с неполными данными в размерности  $d \geq 2$ . В частности, получены быстро сходящиеся приближенные восстановления для этой обратной задачи при  $E \rightarrow +\infty$ . Полученные результаты опубликованы в статье [2].

### 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате выполненных исследований расширен стандартный набор методов анализа дискретных временных рядов за счёт определения иррегулярности временного ряда. С помощью этого показателя выявлены эпизоды десинхронизации сигнала, исходящего из северной и южной полусферы Солнца. Выдвинута также гипотеза о положительной корреляции появления солнечных пятен в близких по пространству и времени точках. Полученные результаты расширяют и уточняют представление об эволюции солнечного динамо и создают основу для построения физической модели, описывающей динамику солнечной активности.

Применение методов теории динамических систем, включая расчет величин корреляционной фрактальной размерности и схемы кластеризации, позволяет получить свидетельство в пользу ранее высказанной гипотезы, что формирование крупных и суперкрупных рудных месторождений является побочным продуктом преобразования масс вещества тектоносферы из одного геохимического резервуара (верхняя континентальная кора, нижняя континентальная кора, океаническая кора, верхняя мантия, иные) в другой. Энергия таких тектонических процессов и обеспечивает реализацию массивированных негэнтропийных процессов концентрации рудного вещества в месторождения.

Полученные результаты в области построения точных аналитических решений двумерных краевых задач теории упругости в конечных канонических областях с угловыми точками границы и точками смены типа граничных условий являются продвижением к решению двумерных краевых задач теории упругости в прямоугольнике с различными граничными условиями на его сторонах и с разрывами сплошности, что может оказаться плодотворным для решения задач механики очага землетрясения.

## 4. СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

*Статьи, опубликованные в рецензируемых отечественных и рейтинговых зарубежных журналах*

1. Arnold, M., and V. Zharnitsky, Pinball dynamics: unlimited energy growth in switching Hamiltonian systems. *Communications in Mathematical Physics*, 2015, **338**, 2: 501-521, doi:10.1007/s00220-015-2386-9.
2. Novikov, R.G. An iterative approach to non-overdetermined inverse scattering at fixed energy. *Sbornik Mathematics*, 2015, **206**, 1: 120-134, doi:10.1070/SM2015v206n01ABEH004449.
3. Rodkin, M.V., and A.R. Shatakhtsyan, Study of ore deposits by the dynamic systems investigation methods: 1. Calculation of the correlation dimension. *Izvestiya. Physics of the Solid Earth*, 2015, **51**, 3: 419-427, doi:10.1134/S1069351315030131.
4. Rodkin, M.V., and A.R. Shatakhtsyan, Study of ore deposits by the dynamic systems investigation methods: 2. Clustering of ore deposits and interpretation of the results. *Izvestiya. Physics of the Solid Earth*, 2015, **51**, 3: 428-436, doi:10.1134/S1069351315030143.
5. Sebryakov, G.G., M.D. Kovalenko, I.V. Men'shova, and I.A. Semenova, An odd-symmetric boundary-value problem of elasticity theory for a semi-strip: Exact solution. *Doklady Physics*, 2015, **60**, 6: 274-277, doi:10.1134/S1028335815060105.
6. Sebryakov, G.G., M.D. Kovalenko, I.V. Men'shova, and T.D. Shulyakovskaya, Lagrange expansion in terms of Fadde-Papkovich functions in the boundary-value problem for a semistrip. *Doklady Physics*, 2015, **60**, 2: 81-84, doi:10.1134/S102833581502007X.
7. Shapoval, A., J.-L. Le Mouél, M.G. Shnirman, and V. Courtillot, Stochastic description of the high-frequency content of daily sunspots and evidence for regime changes. *Astrophysical Journal*, 2015, **799**, 1, Article Number 56, 8 pp., doi:10.1088/0004-637X/799/1/56.
8. Shapoval, A., J.-L. Le Mouél, M. Shnirman, and V. Courtillot, When daily sunspot births become positively correlated. *Solar Physics*, 2015, **290**, 10: 2709-2717, doi:10.1007/s11207-015-0778-9.

*Доклады на международных и российских научных конференциях*

9. Родкин М.В., Рукавишникова Т.А. Зоны массивированного нефтегенеза как зоны глубинных надвигов: модель и сопоставление с эмпирическими данными // Материалы 47-го Тектонического совещания. Тектоника и геодинамика континентальной и океанической литосферы: общие и региональные аспекты. М., 2015, т.2. С.108-112.
10. Rodkin, M.V. Statistics of ore deposits from methods of dynamical systems' examination. *XIVth International Conference – Geoinformatics: Theoretical and Applied Aspects*, 11-14 May 2015, Kiev, Ukraine. CD-ROM, 2015.